

A sorbanállásról és a gépkiszolgálásról

1. rész

Prátser András

Történeti áttekintés – bevezető gyanánt

Szinte amióta a textiliparban, azon belül a szövődékben tevékenykedem, nem hagy nyugodni a gondolat, hogy megértsem és leírjam a többgépes kiszolgálás (szövő-szövőgép, fonó-fonógép stb.) folyamatát. Érdeklődésemet elsősorban a téma „megközelíthetatlensége” okozta és okozza a mai napig. Sok forrásból sokféle megoldási módszert ismerhettem meg. A fontosabbak:

- *Lugosi Károly*: Többgépes rendszerek termelékenységének és gazdaságosságának elemzése, TMTE kiadás, 1962. [Hivatkozik az első (?), e témában megjelent közlésre: Ashcroft: The Productivity of Several Machines Under the Care of One Operator, Journal of Royal Statistical Society, 1950.]
- *Вентцель Е.С.*: Теория вероятностей. Москва, Наука, Физматгиз, 1969
- *Kleinrock*: Sorbanállás – kiszolgálás, Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1979.
- *Molnár Dávid és Vida Ádám*: Sorbanállás elmélete, ELTE, egyetemi jegyzet, 2013.

Még a középiskolai nyári gyakorlatokon, majd a szövődéket vezetve az üzemi munkaszervezés során találkoztam azzal a módszerrel, hogy a szövőmunka normaszámításánál, a szövőállásba beszerelt cikkektől függetlenül, minden egyes szövetre meghatározták a „terhelés mértékét”. Tették ezt oly módon, mintha az összes kezelt gépen ugyanazt a terméket állították volna elő. A szövő terhelését ezeknek az értékeknek az összege adta meg, az elvárt teljesítmény pedig az ehhez tartozó követelmény volt. Ez volt a normaszámítás lényege és egyben a bérezés alapja is.

Ezt már akkor is nagyon igazságtalan és rossz eljárásnak tartottam, hiszen ha egy-egy szövőgépen munkai igényesebb szövet előállításra vált szükségessé, a szövő által kezelt gépcsoport teljesítménye a számított meghaladó mértékben lecsökkent. Ezzel a munkában ellenérdekeltség alakult ki. A nehezebben „szöhető” cikkektől mindenki szabadulni akart. Ezt gyakran a mesterek ki is használták, kivételeztek a kedvencekkel, nekik adták a könnyebben szöhető lánchengereket.

E hibás megközelítés miatt az üzemvezetőség részéről is hamis állásfoglalás alakulhatott ki.

- Állították, hogy a szövő „leterhelését” 100 százalékosra kell beállítani a kezelt gépek számának megváltoztatásával. Üldözték az „alulterheltséget”.
- A kezelt gépekre beszerelt cikkcsoport által generált terhelés egy-egy „rosszabb” lánchenger beszerelése után – értékelésük szerint – 100 százalék fölé is nöhetett, ami lehetetlen. Sajnos az ily módon kiszámított termelékenység mindig meghaladta a tényleges értéket. Ennek következtében teljesítési elmaradás következett be és a keresetcsökkenés miatt kialakuló dolgozói stressz tovább rontotta az üzem helyzetét.

Az üzemben folyó munka hatékonyságának ilyen alapon történő megítélése csak hibás következtetésekhez

vezethetett. A helytelen gyakorlat eredete valószínűleg a helyzet leírásának lehetetlensége volt.

A fentiek inspiráltak a folyamatok mélyebb megismerésére.

Diplomatervem készítésekor találkoztam először a sztochasztikus folyamatok fogalmával. Bizonyosságot szereztem róla, hogy ennek az eszköztárnak az alkalmazása vihet csak közelebb a szituáció leírásához. Több sikertelen kísérlet után, tudásom elmélyítésével jutottam el a leírás lehetőségéhez.

E cikk témája a leírás felvázolása.

Elméleti alapok (szakkifejezések)

A **sorbanállási rendszereknek** (ilyenek a már említett tömegkiszolgálási rendszerek **(TR)** is) az alapja néhány fogalom. Ezek:

- a kiszolgált (kezelt) egységek (gépek, orsók) és a kiszolgáló csatornák (gépkészítők, szövők, fonók) száma,
- a bemeneti folyamat – esetünkben a kiszolgált szövőgépek leállásainak egymásutánja,
- a kiszolgálási folyamat – a kiszolgáló (pl. szövő) által végrehajtott beavatkozások (szakadás elhárítás, anyagutánpótlás, vakleállítás elhárítása stb.) folyamata.

Mindkét folyamatot az **időbeni gyakoriságukkal** jellemezzük. A kiszolgálási folyamat esetén beszélünk **átbocsátó képességről** is. Ez a kiszolgáló egység **véges kapacitása**, amivel ki tudja elégíteni a rendszerbe érkező igényeket.

Az így módon leírt folyamatok összessége a **kiszolgálási folyamat**. Ennek két formáját különböztetjük meg.

Az egyik az, amikor a beérkező igények mindig azonos időközönként jelennek meg a bemeneten és a kiszolgálás is minden esetben azonos időtartam alatt történik meg. Az ilyen folyamatot **diszkrétnek** nevezzük.

Ha az igények beérkezése és/vagy a kiszolgálás időtartama nem egyenletes, a folyamat neve: **sztochasztikus** (véletlenszerű) folyamat. Belátható, hogy az általunk vizsgálni óhajtott folyamatok mindegyike sztochasztikus.

Ha gyakoriság-felvételt készítünk a beérkezési és a kiszolgálási folyamatokról, a kapott értékek eloszlása akár folyamatonként is különböző lesz. Úgy mondjuk, hogy mind a beérkezési, mind a kiszolgálási folyamatokat valószínűségi fogalmakkal, az **átlagértékkel** és az értékek **szórásával**, az **eloszlásfüggvénnyel** írhatjuk le.

A folyamatot az előre nem jelezhető időpontokban megjelenő kiszolgálási igény és a kiszolgálás időtartamának véletlenszerűsége jellemzi. Könnyű belátni, hogy ilyen esetekben előfordulhat, hogy a kiszolgáló csatorna még foglalt egy igény kiszolgálásával, amikor már megjelenik a bemeneten a következő igény. Természetesen utóbbinak várakoznia kell, amíg a megelőző igény kiszolgálása be nem fejeződik. Ezt a várakozást nevezzük **sorbanállásnak**.

A várakozó igények száma gyakran nem növelhető minden határon túl. Emiatt be kell vezetnünk a **befogadó képesség** fogalmát is.

A folyamat leírására, a mennyiségi jellemzők meghatározására a **sorbanállás-elmélet** eszköztárát tudjuk felhasználni. Elmondható, hogy a gyakorlatban előforduló szinte valamennyi folyamat a sztochasztikus folyamat kategóriájába tartozik.

A kiszolgálási rendszereket aszerint csoportosíthatjuk, hogy hány beérkezési és hány kiszolgáló **csatorna** található bennük és a beérkezési és kiszolgálási folyamatok eloszlása melyik **eloszlásfüggvénnyel** írható le.

Az alapfogalmak tisztázása után lássuk a probléma megoldás lehetséges módjait!

A tömegkiszolgálási rendszerek (TR) jelölési rendszere

A rendszerek megkülönböztetésére az egyszerűbb és egységes hivatkozás miatt szabványos jelölésrendszert alakítottak ki. A jelölés egy '/' jelekkel elválasztott betűsorból áll.

- Az első betű, ami mindig nagybetű, a beérkező igények eloszlásának jelölésére szolgál. Általában három eloszlástípust különböztetnek meg, úgymint

- általános (G),
- Markov (M) és
- diszkrét (D)

eloszlást. Lehetőség van egyéb eloszlások megjelölésére is. (Pl. Erlang, lognormális, egyenletes, normál stb).

- A második betű a kiszolgálás időtartamának eloszlását írja le. A megkülönböztetett eloszlástípusok megegyeznek az első betűnél felsoroltakkal.

- A harmadik érték a kiszolgáló csatornák számát adja meg.

A további jelek el is maradhatnak, vagy a helyükön nincs megjelölés:

- A negyedik jel a rendszer befogadó képességét írja le.

- Az ötödik jel az igénypopuláció számát adja meg. A zárt kiszolgálási rendszerekben ez az igényforrások száma. Például a szövőmunkánál ez a kezelt gépek száma.

A fentiek bemutatására írjunk le két rendszert!

1. Legyen az első a szövő munkavégzése. A gondjaira bízott gépek száma legyen N . A bemeneti és kiszolgálási időtartamok eloszlása legyen tetszőleges (G). A rendszer jelölése:

$$G/G/1//N.$$

2. Ha a leállások folyamata Poisson-folyamat, azaz a gépek teljesen véletlenszerűen állnak le, a szövőállásban két szövő dolgozik és a javítást mindig azonos időtartam alatt végzik el, a rendszer:

$$M/D/2//N.$$

Be kell még vezetnünk néhány szabványos jelölést, amit a szakirodalom következetesen alkalmaz.

- Az igények beérkezésének gyakorisága λ , tehát a beérkezések közötti átlagos időtartam $1/\lambda$.

- A kiszolgálás sebessége μ , azaz a beavatkozás átlagos időtartama $1/\mu$.

- A két gyakoriság hányadosa $\rho = \lambda/\mu$, a kiszolgálási tényező.

Ezeknek a fogalmaknak a használata valószínűleg némi idegenkedést vált ki, de ahhoz, hogy valamilyen megoldást tudjunk találni a felvetett problémakörre, elengedhetetlen hogy ezt az eszközt rendszert használjuk, a szabványos jelöléseket alkalmazzuk.

A zárt TR ábrázolása és leírása

(A következő rész Ventcel könyve alapján készült, e cikk szerzőjének fordításában.)

A továbbiakban a legegyszerűbb rendszert, az $M/M/1//N$ rendszert vizsgáljuk. Ez a rendszer teszi lehetővé a működés stabil állapotában, olyan jellemzők meghatározását $\lambda < \mu$ esetére, viszonylag, hosszú időtartamra, amelyek matematikai megoldást adhatnak. Bonyolultabb esetekben ez nem mindig lehetséges.

A munkából és N gépből álló rendszer több állapotban lehet. Ezeket az állapotokat mi az álló gépek számával fogjuk jelölni, azaz

S₀ – minden gép működik, a munkás szabad.

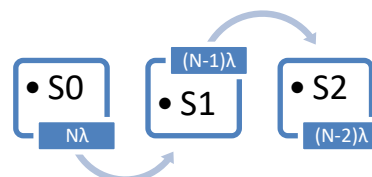
S₁ – egy gép áll, a munkás a javításával van elfoglalva.

S₂ – két gép áll, egy javítás alatt van, a másik „sorban áll”, várva a javításra.

...

S_N – az összes gép áll, egy javítás alatt van, $N-1$ pedig „sorban áll”.

A leírtakat állapotgráfon ábrázolhatjuk (1. ábra).



1. ábra

Az események folyamatának intenzitását a nyilaknál adtuk meg. A rendszert az S_0 állapotból az S_1 állapotba az összes gép meghibásodási rátája ($N\lambda$) viszi át; az S_1 -ből az S_2 -be már csak $N-1$ gép által generált ráta hat, mert már csak $N-1$ gép működik; és így tovább. Ami viszont az állapotok közti történő jobbról balra haladást illeti, ott az intenzitás végig egyforma (μ), hisz végig egy munkás dolgozik. Ezt nem ábrázoltuk.

A folyamat – mivel véletlenszerű – csak az állapotok valószínűségének **határértéke**ivel adható meg. Ez hosszabb időtávú megfigyeléssel határozható meg, amint ezt a gyakorlat is bizonyítja (szakadásfelvétel).

A megmaradás elvének felhasználásával felírható (mivel az állapotokba be és kimenő folyamatok egyensúlyban vannak):

$$p_1 = N\lambda/\mu \cdot p_0$$

$$p_2 = N(N-1)\lambda^2/\mu^2 \cdot p_0$$

...

$$p_N = N(N-1)(N-2) \cdots \lambda^N/\mu^N \cdot p_0,$$

és mivel a rendszer valamilyen állapotban mindig van, így

$$p_0 + p_1 + \cdots + p_N = 1$$

Az egyenletrendszert megoldva:

$$p_0 = [1 + N\lambda/\mu + N(N-1)(\lambda/\mu)^2 + \cdots + N(N-1) \cdots 1(\lambda/\mu)^{N-1}]^{-1}$$

Felhasználva a már felírt összefüggést a kiszolgálási tényezőre, az egyenlet a következőképp egyszerűsödik:

$$p_0 = [1 + N\rho + N(N-1)\rho^2 + \cdots + N(N-1) \cdots 1\rho^{N-1}]^{-1}$$

Ily módon az állapotok valószínűsége az egyéb jellemzőkből meghatározható:

$$p_1 = N\rho p_0$$

$$p_2 = N(N-1)\rho^2 p_0$$

...

$$p_N = N(N-1) \cdots 1\rho^N p_0$$

Az „abszolút áteresztő képesség” szerepét az adott esetben a munkás által egységnyi idő alatt elhárított hibák száma adja. Számítsuk ki ezt a jellemzőt!

A munkás elfoglaltsága:

$$P_{\text{elfoglaltság}} = 1 - p_0$$

Ha a kiszolgáló (pl. a munkás) foglalt, akkor μ hibát hárít el időegységenként, azaz az abszolút áteresztő képesség

$$A = (1 - p_0)\mu$$

Annak valószínűsége, hogy a munkás nem lesz elfoglalt

$$P_{\text{szabad}} = 1 - P_{\text{elfoglalt}} = p_0$$

Számítsuk ki az álló gépek, azaz a kiszolgálással érintett gépek számát! Jelöljük ezt W -vel. Ez a mennyiség közvetlenül számítható az alábbi összefüggésből:

$$W = 1p_1 + 2p_2 + \dots + Np_N$$

Egyszerűbb meghatározni W -t az abszolút áteresztő képességből (A). Mivel minden működő gép λ intenzitású meghibásodási folyamatot generál, a vizsgált TR -ben átlagosan $N \cdot W$ gép működik, aminek az átlagos meghibásodási rátája $(N \cdot W)\lambda$, s minden meghibásodást elhárít a munkás, tehát

$$(N - W)\lambda = (1 - p_0)\mu;$$

ahonnan

$$W = N - \mu/\lambda(1 - p_0), \text{ vagyis}$$

$$W = N - (1 - p_0)/\rho$$

Most határozzuk meg a sorbanálló gépek számát (R)! A következőképp okoskodunk: a kiszolgálással kapcsolatos gépek száma (W) egyenlő a sorbanálló gépek (R) és a kiszolgálás alatt lévő gépek (Ω) számának összegével, azaz

$$W = R + \Omega$$

A kiszolgálás alatt lévő gépek száma 1, ha a munkás foglalt, egyébként 0 (ha a munkás tétlen), azaz Ω átlagos értéke annak valószínűsége, hogy a munkás foglalt

$$\Omega = 1 - p_0$$

Kivonva ezt a mennyiséget a kiszolgálással elfoglalt gépek számából, ezt kapjuk:

$$R = N - (1 - p_0)/\rho - (1 - p_0)$$

Állapodjunk meg még egy jellemzőbe, a munkás által kiszolgált gépcsoport termelésvesztésében:

$$L = Wt = [N - (1 - p_0)/\rho] \cdot l,$$

ahol l a fajlagos termelékenységi érték.

(Eddig a fordítás.)

Most írjuk át a kapott jellemzőket a textiles gyakorlat nyelvére.

A gépek hatásfokának (η) nevezzük tulajdonképpen azok munkaidő kihasználtságát

$$\eta = (1 - p_0)/\rho N$$

Ily módon tehát a gépek hatásfokát egzakt összefüggésbe hoztuk a működést leíró egyéb jellemzőkkel. Az utolsó összefüggés alkotó elemei:

- $p_0 \rightarrow$ annak valószínűsége, hogy minden gép üzemel és a munkás tétlen
- $\vartheta = 1 - p_0 \rightarrow$ a szövő leterhelése
- $\rho \rightarrow$ a kiszolgálási tényező, azaz a meghibásodások gyakoriságának és a hibaelhárítás intenzitásának a hányadosa
- $N \rightarrow$ a kezelt gépek száma

Ismételten megjegyezzük, hogy a fenti levezetés és megoldás csak az $M/M/1/N$ rendszerre igaz. Itt mind a meghibásodási, mind a hibaelhárítási folyamatok teljesen véletlenszerűek. Sajnos a gyakorlatban ez nincs így. Ennek ellenére vizsgálódásokat végezhetünk erre a modellel is, mert mint a folytatásban megmutatjuk, a rendszerek viselkedése hasonló.

A modell vizsgálata

A vizsgálatok során általában nem egy állapotot elemzünk, hanem tágabb paramétertartományra terjesztjük ki érdeklődésünket. Adódik a feladat, hogy a kapott összefüggésünket grafikusán ábrázoljuk. Ez részben az említett elemzést is segíti, ugyanakkor számolóábrát ad a szakemberek kezébe. Így nincs szükség a textiles számára idegen terminológia elsajátítására és a kapcsolódó számítások elvégzésére.

A fenti összefüggés alapján elkészített számolóábra (nomogram) nem csak az

$$\eta = f(N, \rho, p_0)$$

függvényt mutatja be, hanem kiegészül a jellemzők meghatározásával is.

A kiszolgálási tényező (ρ) meghatározásához további segítség szükséges. Az alapösszefüggés:

$$\rho = \lambda / \mu$$

A meghibásodási ráta (λ) a szakadékonysággal (ε) hozható összefüggésbe. A gondot az okozza, hogy a meghibásodási ráta időegységre vonatkozik, míg a szakadékonyságot hagyományosan ezer vetésre ismerjük. Az időegységre (perc) jutó vetésszám a szövőgép fordulatszáma (n). Az összefüggés tehát

$$\lambda = 1000\varepsilon/n \quad [1/\text{min}]$$

A szövő beavatkozásainak elfogadott értéke (Sulzer Bulletin):

- tarkán szövésnél illetve bonyolult szövésnél 24–36 beavatkozás óránként,
- egyszerű szövés esetén 48–56 beavatkozás óránként.

A hibaelhárítási ráta elvárt értékét hivatott biztosítani a szövők képzése (pl. a Werner, Czipin stb. szervező cégek).

Természetesen ez az érték a személytől, sőt még annak lelki állapotától, a munkakörülményektől stb. is függ. A nomogramunk felrajzolásához meg kell állapodni valamely értékben.

Példánkban a szakadékonyságot beemeljük a változók közé:

$$\rho = 1000\varepsilon/0,6n = 1667\varepsilon/n$$

Példánkban gondot okoz még a munkás tétlenségének meghatározása. Ehhez számítógépes algoritmust célszerű készíteni. Alakítsuk át az eredeti matematikai kifejezést egy rekurzív megoldási algoritmussá:

$$z = [(...(((0 + 1)\rho + 1) \cdot 2\rho + 1) \dots) \cdot (N - 1)\rho + 1] \cdot N\rho + 1$$

$$p_0 = z^{-1}$$

A hatásfok pedig:

$$\eta = (1 - p_0)/\rho N$$

A számítási algoritmus a következő (Basic):

N, i integer

po, ρ, η real

Értékkadás ->N és ρ ->N, ρ kiírása

po = 1

for i = 1 to N

po = ρ · i · po

po = po + 1

next

po = 1 / po

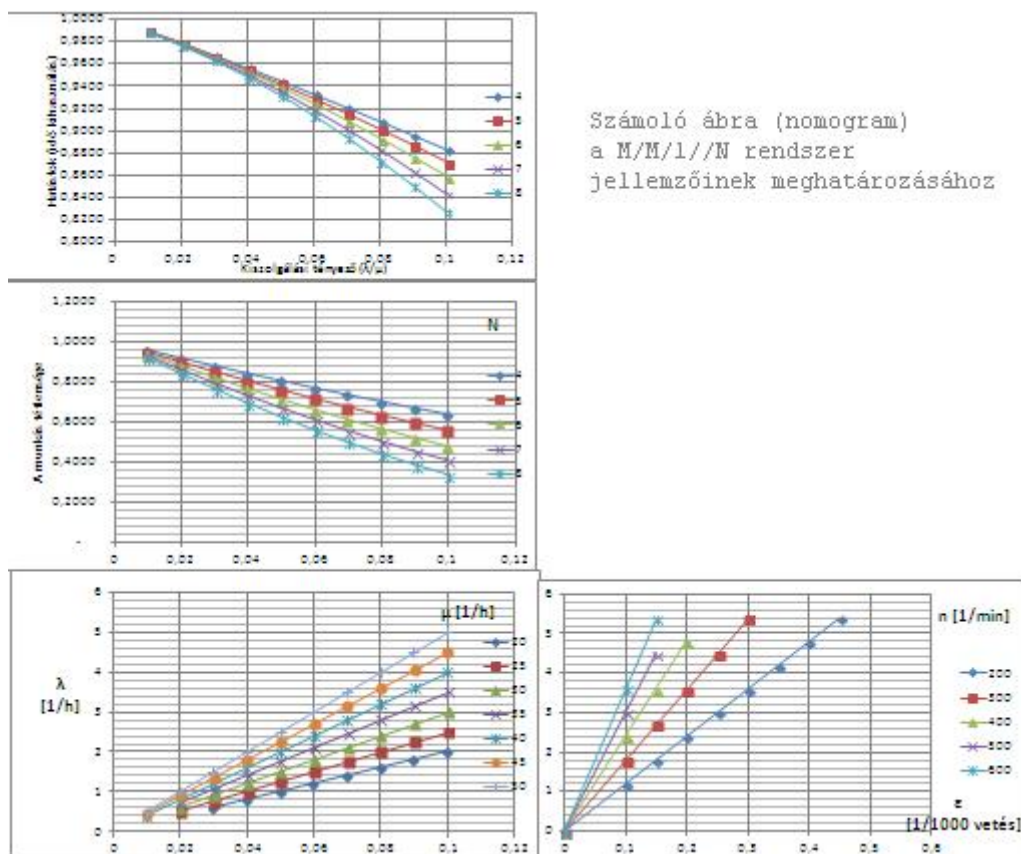
->po kiírása

η = 1 - po

η = η / Nρ

->η kiírása

A fenti módon meghatározott értékhalmból nomogramot készíthetünk. A függő és független változókat a hagyományoknak megfelelően ábrázoljuk. A diagram alatt a $\rho = \lambda/\mu$ értékek meghatározását lehetővé tevő diagramot helyezünk el, mellette pedig a szakadékonyság



2. ábra

és a gépfordulat összefüggését. Az így kialakított számolóábrát mellékeljük (2. ábra).

Néhány példa a nomogram használatához:

1. Szakadékonyság: 0,3/1000 vetés, a szövőgép fordulatszáma 300/min.

Leolvasható, hogy a meghibásodási gyakoriság 1,67/h. Ez 20/h beavatkozási sebességnél a kiszolgálási tényező 0,082 értékének felel meg. 6 gép kezelése esetén a munkás tértelensége 0,56, tehát a terhelése 44%-os. A gépcsoprt hatásfoka 89%.

2 A gépcsoprt hatásfoka 90%, a kezelt gépszám 4. Milyen feltételek mellett kapunk ilyen eredményt?

A kiszolgálási tényező 0,08. Ha a gépek fordulatszáma 300/perc és a szövő 20 beavatkozást tud elvégezni óránként, a szakadékonyság 0,3/1000 vetés.

Ha a szakadásfelvétel alapján a szakadékonyság 0,4/1000 vetés, a szövő munkavégzési sebessége kb. 30 beavatkozás óránként.

3. Hány gépet tud kiszolgálni a szövő 0,4/1000 vetés szakadékonyság és 400/min gépfordulatszám mellett?

Ha a szövő munkavégzési sebessége 50/h, 0,77-es tétlenség (23% terhelés) mellett a kezelhető gépszám 8, 20/h munkavégzési sebesség esetén a kiszolgálási tényező 0,077 értékű, ami 0,45 arányú tétlenség (55%-os leterhelés) esetén 4 gép kezelését teszi lehetővé.

A számított értékek táblázata

p0 - a munkás tétlensége										
p →	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
4	0,9604	0,9217	0,8838	0,8458	0,8109	0,7760	0,7421	0,7092	0,6774	0,6467
5	0,9505	0,9021	0,8549	0,8090	0,7644	0,7212	0,6795	0,6394	0,6008	0,5640
N										
6	0,9406	0,8826	0,8261	0,7712	0,7181	0,6670	0,6180	0,5712	0,5267	0,4845
7	0,9307	0,8631	0,7973	0,7336	0,6694	0,6136	0,5578	0,5049	0,4553	0,4090
8	0,9208	0,8436	0,7686	0,6963	0,6270	0,5611	0,4990	0,4410	0,3874	0,3383
η - hatásfok										
p →	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
4	0,9900	0,9788	0,9683	0,9638	0,9455	0,9333	0,9211	0,9088	0,8961	0,8833
5	0,9900	0,9790	0,9673	0,9550	0,9424	0,9293	0,9157	0,9015	0,8871	0,8720
N										
6	0,9900	0,9783	0,9661	0,9533	0,9397	0,9250	0,9095	0,8933	0,8765	0,8592
7	0,9900	0,9779	0,9652	0,9514	0,9446	0,9200	0,9024	0,8841	0,8646	0,8443
8	0,9900	0,9775	0,9642	0,9491	0,9325	0,9144	0,8946	0,8734	0,8508	0,8271

Megjegyezzük, hogy a szakirodalom szerint a szövő terhelését 50–70 %-os tartományban kell tartani, mert ekkor várható el megfelelő minőségű munkavégzés. A 100%-os terhelés illúzió, hisz a szövő az időegységre eső beavatkozásainak csökkentésével csökkenti a terhelését is. Ez bizonyos határok között egy önszabályozó folyamat.

A modern szövőgépeken számítógépes adatgyűjtés is van (pl. Loomdata). Ennek adatai közvetlenül felhasználhatók a számításoknál.

Egy ilyen elemzéssel megítélhetjük a szövő munkavégzési sebességét is. Ennek meghatározását az olvasóra bizzuk.

Hosszabb időszak vizsgálata alapján azokat a szövőket, akik az elvárt teljesítményt nem érik el, oktatni kell. Az elvárt értéknél jobb eredményt elérő szövők munkamódszerét, időbeosztását tanulmányozva alakítható ki a gyengébbek oktatásának tudásbázisa.

Következtetések

- Bemutattuk a többgépes kiszolgálás jellemzői közti analitikus összefüggéseket – a legegyszerűbb, *Markov*-folyamatokat tartalmazó rendszerre.

- Ennek alapján – a kezdeti feltételek meghatározásán át – bemutattuk az elmélet gyakorlati felhasználásának lehetőségét (nomogram).

- Ráirányítottuk a figyelmet a munkavégzés emberi tényezőinek vizsgálatára, az ebből nyerhető gyakorlati eredményekre.

Eredményeinket csak fenntartással szabad alkalmazni, ugyanis nem lehet elégszer hangsúlyozni, hogy érvényességük az említett okok miatt korlátozott.

Sajnos a leírtakhoz hasonló egzakt matematikai megoldásokat a tetszőleges eloszlású bemeneti és munkavégzési folyamatok esetére még nem találtak. Más módszerekhez kell folyamodni, hogy általánosságban is elemezhető legyen a rendszer.

Megjegyzés

A folyamat matematikai modellje korlátozott érvényű, ezért a kapott eredmények is torzulnak a valóságban.

Folytatása következik